Lektion 11

2006-12-04
Kapitel 7
Processkapabilitet
Mätystemsanalys

Processkapabilitet Kapitel 7

Några verktyg:
- Histogram
- Sannolikhetsplottar
- Styrdiagram
- Planerade försök
- ….

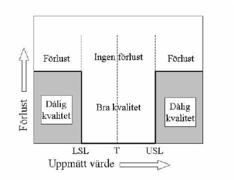
Kapabilitetsindex
- C_p
- C_{pk}
- C_{pu}
- C_{pl}
- P_p
- osv

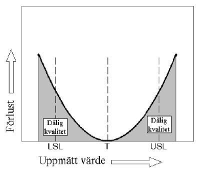
Kapabilitet

- Är processen kapabel att uppfylla kundkrav?
- Toleransgränser?
- Stabilitet?
- Oberoende?
- Fördelning?

Stabiliteten är viktigast!

Toleransgränser





Ifrågasätt toleransgränserna!
Fråga vad de innebär.
För snäva toleranser driver upp kostnaderna.

Duglighet

- Vad är processen kapabel till?

Processens "naturliga" toleransgränser:

$UNTL = \mu + 3\sigma$

$LNTL = \mu - 3\sigma$

0.27% låter lite, men
• utelåst 4 gånger per år.
• dåligt vatten i kranen 6 gånger.
• ingen ström ….
Obs: 0.27% kräver normalfördelning

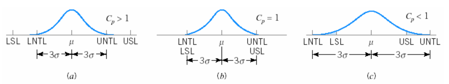
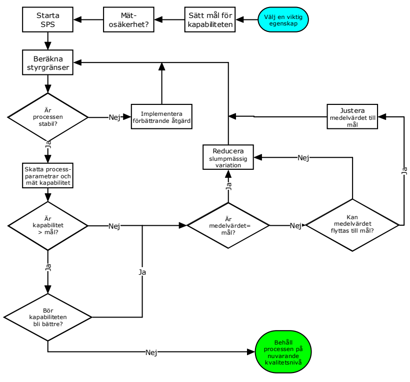


Figure 5-3 Process fallout and the process capability ratio C_p

Exempel på en plan för att säkerställa processens kapabilitet.



Kapabilitetsindex C_p

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma}$$

Skattas med hjälp av inomgruppsvariationen

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{s}}{c_4} \text{ eller } \hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

$$\hat{C}_p = \frac{USL - LSL}{6\hat{\sigma}}$$

Tre **mycket** viktiga villkor:
Processen måste
1. vara i statistisk jämvikt (stabil)
2. ha normalfördelat utfall.
3. ha oberoende utfall.

Missbruk av index vanligt i industrin.
En process är ofta mer komplex än vad som kan beskrivas med ett tal.

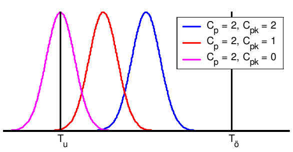
Felaktiga beslut kostar ofta mycket pengar! (Investeringar, val av leverantör…

Korrigerat kapabilitetsindex: C_{pk}

- C_p tar ej hänsyn till processens läge.
- C_p anger inte hur stor andel som hamnar utanför specifikationsgränserna.
- Man uppfann ett nytt index:

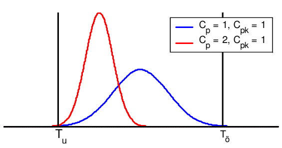
$$C_{pk} = \min\left(\frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma}\right)$$

C_p och C_{pk}



Andel utanför toleransgränserna:

$$p = \Phi(-3C_{pk}) + \Phi(-3(2C_p - C_{pk}))$$



Alternativt index: ppm (parts per million)

- Räkna ut andelen utanför tolerans.

$p = P(\text{utanför toleransgränserna})$

$$p = \Phi\left(-3C_{pk}\right) + \Phi\left(-3\left(2C_p - C_{pk}\right)\right)$$

		C_p						
		0	0.33	0.67	1.00	1.33	1.67	2.00
	0	1.00	0.523	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
	0.33	–	0.317	0.160	0.159	0.159	0.159	0.159
	0.67	–	–	4.55×10^{-2}	2.28×10^{-2}	2.28×10^{-2}	2.28×10^{-2}	2.28×10^{-2}
C_{pk}	1.00	–	–	–	2.70×10^{-3}	1.35×10^{-3}	1.35×10^{-3}	1.35×10^{-3}
	1.33	–	–	–	–	6.33×10^{-5}	3.17×10^{-5}	3.17×10^{-5}
	1.67	–	–	–	–	–	5.73×10^{-7}	2.87×10^{-7}
	2.00	–	–	–	–	–	–	1.97×10^{-9}

Kapabilitetskrav

- Vanlig kapabilitet: $\begin{cases} C_p = \dfrac{T_Ö - T_U}{6\sigma} \\ C_{pk} = \min\left(\dfrac{T_Ö - \mu}{3\sigma}, \dfrac{\mu - T_U}{3\sigma}\right) \end{cases}$
- Krav från kunden: $C_p \geq 1.33$
- Hur skall företaget visa detta?

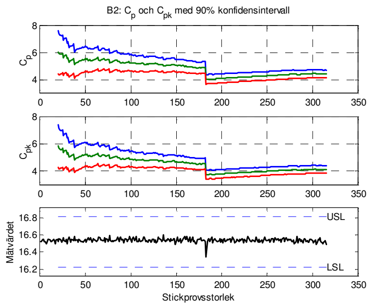
Hur stort stickprov?

- Studerar en serie om 320 mätningar.
- Antar oberoende normalfördelade data.
- Beräknar 90% konfidensintervall:

$$\hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2}, n-1)}}{n-1}} \leq C_p \leq \hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi^2_{(\frac{\alpha}{2}, n-1)}}{n-1}}$$

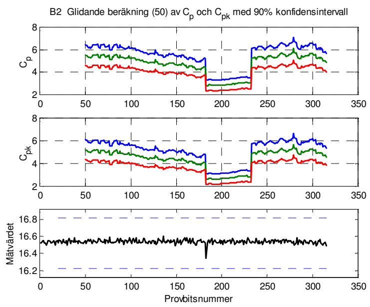
$$\hat{C}_{pk}\left(1 - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{1}{9n\hat{C}_{pk}} + \frac{1}{2(n-1)}}\right) \leq C_{pk} \leq \hat{C}_{pk}\left(1 + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{1}{9n\hat{C}_{pk}} + \frac{1}{2(n-1)}}\right)$$

Hur stort stickprov?



Observera:
Ett värde stör!
Stabil process nödvändigt!

Kapabilitetens stabilitet

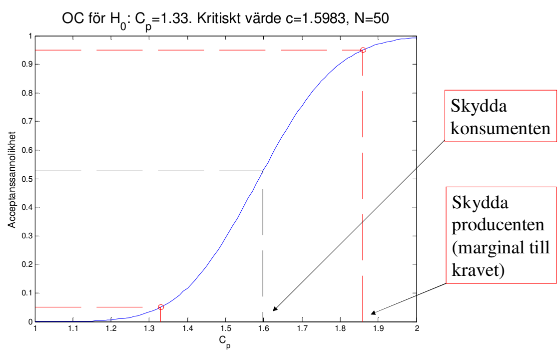


Här: Stor skillad var man tar sitt stickprov.

Provning av kapabilitet
n=50, α=0.05, β=0.05.

- Krav: C_p>1.33
- Stickprov N=50
- Acceptera om $\hat{C}_p \geq c$

- Konsumentrisk => c=1.60
- Producentrisk => processkrav: $C_{pk} \geq 1.86$



Fel i tabellen sidan 347

	$\alpha=\beta=0.10$		$\alpha=\beta=0.05$	
Provstorlek	$\frac{C_p(High)}{C_p(Low)}$	$\frac{C_p}{C_p(Low)}$	$\frac{C_p(High)}{C_p(Low)}$	$\frac{C_p}{C_p(Low)}$
10	1.88	1.47	2.26	1.65
20	1.53	1.28	1.73	1.37
30	1.41	1.21	1.55	1.28
40	1.34	1.18	1.46	1.23
50	1.30	1.15	1.40	1.20
60	1.27	1.14	1.36	1.18
70	1.25	1.13	1.33	1.16
80	1.23	1.12	1.30	1.15
90	1.21	1.11	1.28	1.14
100	1.20	1.10	1.26	1.13

Exempel:
$n=50$
$\alpha=0.05$
$\beta=0.05$
$C_{p0}=1.33$

Acceptanstalet
$c=1.20\cdot C_{p0}=1.596$

Kapabilitetshjulet

- Konfidensintervall för C_p och C_{pk}.
- Hypotestest

Obs!
- Normalfördelade data!
- Oberoende utfall!
- Stabil process!

Kapabilitet - svårigheter

- Onormala fördelningar
- Okunniga kunder och leverantörer.
- Vilken kapabilitet skall användas?
  - P_p, P_{pk}, C_p, C_{pk}?
- Hur skall standardavvikelsen skattas?
  - Range eller standardavvikelsen?
- För hård datareduktion?
  - Glöm inte histogram och tidsplot!

P_p och P_{pk}

$$\hat{P}_p = \frac{USL - LSL}{6s}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

$P_p = C_p$ om processen är stabil

P_p och P_{pk} går ej att tolka för ej stabil process.

s skattas från all variation, även från den systematiska.

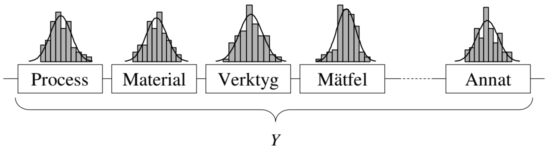
Används i AIAG, ANSI.

Statistical terrorism!
Säger inget om framtiden!

Förbättra kapabiliteten

- Försöksplanering
- Robust design
- Vidga toleransgränserna
- Minska kravet på kapabilitet.
- Styrning av processen.
- Mätsystemsanalys

Analysera variationskällorna med t.ex. försöksplanering!



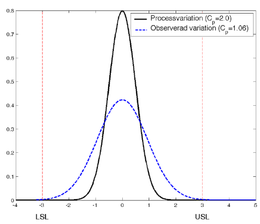
$$Y = X_{\text{Process}} + X_{\text{Material}} + X_{\text{Verktyg}} + X_{\text{Mätfel}} + \ldots + X_{\text{Annat}}$$

$$Var\left[Y\right] = \sigma^2_{\text{Process}} + \sigma^2_{\text{Material}} + \sigma^2_{\text{Verktyg}} + \sigma^2_{\text{Mätfel}} + \ldots + \sigma^2_{\text{Annat}}$$

Mätsystemet!

- Statistisk processtyrning kräver mätdata av rätt kvalitet!

Fel slutsats om processen på grund av mätfelet!
- Dyrt!

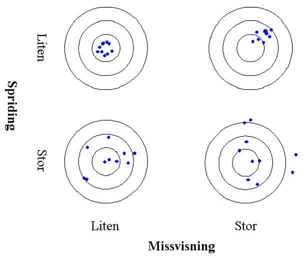


Mätsystemsanalys

- Fatta välgrundade beslut
  - Modellkvalitet
  - Data
- Mätfel i förhållande till produktvariationen?
- Mätfel i förhållande till toleransgränser?
- Mätsystemsanalys kan vara komplext.
- Mätsystemet samverkar med produkten.

Olika typer av mätfel.

- Missvisning
- Spridning



- Grova fel
  - Mäta fel bit
  - Felskrivning.
  - …

Enkel modell av mätsystemet

Modell

$y = x + \varepsilon$

y är det observerade värdet.

x är det sanna värdet

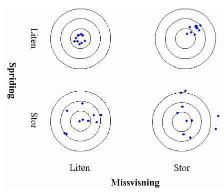
ε är mätfelet.

Missvisning:

$E[\varepsilon] \neq 0$

Spridning:

$V[\varepsilon] > \sigma_0^2$



Variationsmodell

$\sigma_{Total}^2 = \sigma_P^2 + \sigma_{Gauge}^2$

Krav:

$$\frac{P}{T} = \frac{k\hat{\sigma}_{Gauge}}{USL - LSL} \leq 0.10, \quad (\text{Processkapabilitet})$$

$$\hat{\rho}_M = \frac{\sigma_{Gauge}^2}{\sigma_{Total}^2}$$

Några krav på ett mätsystem

1. Systemet måste ha tillräcklig upplösning och särskiljningsförmåga. Mätstegen bör vara tillräckligt små jämfört med toleransgränserna eller processvariationen. Det finns en tumregel som säger att mätsystemet bör kunna dela upp tolerans området eller processvariationen i minst tio delar.
2. Mätsystemet bör vara i statistisk jämvikt, dvs missvisningen och variationen skall inte ändra på sig p.g.a. systematiska fel. Ett exempel är en trälinjal som p.g.a. fukten är längre på sommaren än på vintern.
3. För *produktkontroll* måste mätsystemets variation vara liten i förhållande till toleransgränserna.
4. För *processkontroll* måste mätsystemets variation vara liten i förhållande till processvariationen.

Kravsättning av mätsystem

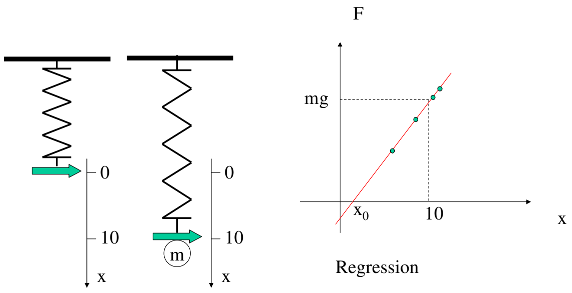
Exempel på krav:

$$\frac{P}{T} = \frac{k\hat{\sigma}_{Gauge}}{USL - LSL} \quad (\text{Processkapabilitet})$$

$$\hat{\rho}_M = \frac{\sigma^2_{Gauge}}{\sigma^2_{Total}} \quad (\text{Processvariation})$$

Problem:
Om processens variation minskar så kan mätsystemet bli underkänt.

Kalibrering av mätsystem



Styrdiagram på mätsystemet istället för kalibrering?

- Kalibrering – styra på enskilda värden.
- SPS för att upptäcka förändringar.

- Exempel: Mät en referensvikt varje dag och plotta in i ett styrdiagram.
  - Shewhart, Cusum eller EWMA?

Mätsystemsanalys
några viktiga egenskaper

- Stabilitet
  - Styrdiagram
- Bias eller missvisning
  - Mät referens många gånger.
- Linjaritet
- Repeter- och reproducerbarhetstudier
  - ”Gauge R&R”
  - ANOVA

Repeterbarhet och reproducerbarhet
(M. Arnér: *Mätosäkerhet*)

- **Repeterbarhet**: Repeterbarhet, eller snarare brist på repeterbarhet, är den variation som erhålls då en och samma operatör med ett och samma mätinstrument mäter en och samma enhet om och om igen.

- **Reproducerbarhet**: Begreppet reproducerbarhet, eller snarare brist på reproducerbarhet, används till exempel för att beteckna variationen som erhålls då
  - olika operatörer med ett och samma mätinstrument mäter en och samma enhet *eller*
  - en och samma operatör mäter en och samma enhet med olika mätinstrument.

$$\boxed{\sigma^2_{\text{Measurement error}} = \sigma^2_{Gauge} = \sigma^2_{\text{Repeatability}} + \sigma^2_{\text{Reproducibility}}}$$

Gauge R&R

$y_{ijk} = \mu + P_i + O_j + (PO)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$

$P_i, O_j, (PO)_{ij}, \varepsilon_{ijk}$ är oberoende normalfördelade med medelvärde 0

$V(P_i) = \sigma^2_P$

$V(O_j) = \sigma^2_O$

$V((PO)_{ij}) = \sigma^2_{PO}$

$V(\varepsilon_{ijk}) = \sigma^2$

$V(y_{ijk}) = \sigma^2_P + \sigma^2_O + \sigma^2_{PO} + \sigma^2$

$\sigma^2_P, \sigma^2_O, \sigma^2_{PO}, \sigma^2$ kallas för varianskomponenter

ANOVA används vid analysen.

Exempel (tabell 7.7)

	Inspector 1			Inspector 2			Inspector 3		
Detalj nr:	Test 1	Test 2	Test 3	Test 1	Test 2	Test 3	Test 1	Test 2	Test 3
1	37	38	37	41	41	40	41	42	41
2	42	41	43	42	42	42	43	42	43
3	30	31	31	31	31	31	29	30	28
4	42	43	42	43	43	43	42	42	42
5	28	30	29	29	30	29	31	29	29
6	42	42	43	45	45	45	44	46	45
7	25	26	27	28	28	30	29	27	27
8	40	40	40	43	42	42	43	43	41
9	25	25	25	27	29	28	26	26	26
10	35	34	34	35	35	34	35	34	35

Dela upp kvadratsumman på matrisen (se kap. 12-4.2)

$$SS_{Total} = SS_{Parts} + SS_{Operators} + SS_{PO} + SS_{Error}$$

Gauge R&R

Dividera kvadratsummorna med antalet frihetsgrader:

$$MS_P = \frac{SS_P}{p-1} = \frac{3935.96}{9} = 437.328$$

$$MS_O = \frac{SS_O}{o-1} = \frac{39.27}{2} = 19.633$$

$$MS_{PO} = \frac{SS_{PO}}{(p-1)(o-1)} = \frac{48.51}{9 \cdot 2} = 2.695$$

$$MS_E = \frac{SS_E}{po(n-1)} = \frac{30.67}{10 \cdot 3 \cdot 2} = 0.511$$

Dividera kvadratsummorna med antalet frihetsgrader:

$$MS_P = \frac{SS_P}{p-1} = \frac{3935.96}{9} = 437.328$$

$$MS_O = \frac{SS_O}{o-1} = \frac{39.27}{2} = 19.633$$

$$MS_{PO} = \frac{SS_{PO}}{(p-1)(o-1)} = \frac{48.51}{9 \cdot 2} = 2.695$$

$$MS_E = \frac{SS_E}{po(n-1)} = \frac{30.67}{10 \cdot 3 \cdot 2} = 0.511$$

ANOVA från Matlab

ANOVA Table

Source	SS	df	MS	F	Prob>F
Columns	3935.96	9	437.328	855.64	0
Rows	39.27	2	19.633	38.41	0
Interaction	48.51	18	2.695	5.27	0
Error	30.67	60	0.511		
Total	4054.4	89			

Kommando: anova2

Skatta varianskomponenterna

$$\hat{\sigma}^2 = MS_E = 0.51$$

$$\hat{\sigma}^2_{PO} = \frac{MS_{PO} - MS_E}{n} = 0.73$$

$$\hat{\sigma}^2_{O} = \frac{MS_{O} - MS_{PO}}{pn} = 0.56$$

$$\hat{\sigma}^2_{P} = \frac{MS_{P} - MS_{PO}}{on} = 48.29$$

Om $\hat{\sigma}^2_{PO} < 0$ så välj en modell utan samspel:

$$y_{ijk} = \mu + P_i + O_j + \varepsilon_{ijk}$$

Repeter och reproducerbarheten

$$\sigma^2_{\text{Repeatability}} = \sigma^2 = 0.51$$

$$\sigma^2_{\text{Reproducibility}} = \sigma^2_O + \sigma^2_{PO} = 1.29$$

$$\sigma^2_{\text{Gauge}} = \sigma^2_{\text{Reproducibility}} + \sigma^2_{\text{Repeatability}} = 1.80$$

$(LSL = 18,\ USL = 58)$

$\widehat{P/T} = \frac{6\hat{\sigma}_{Gauge}}{USL - LSL} = \frac{6 \cdot 1.34}{58 - 18} = 0.27$ Är större än 0.10!

Slutsats: Vi bör förbättra mätsystemet för att kunna upplösa produktvariationen!