

Lektion 6

2006-11-15
Kapitel 5
Variabelstyrning

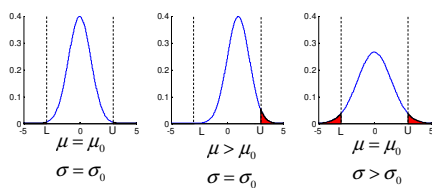
<http://www.varians.se/HSIDA/index.htm>

Variationskällor

- Slumpmässiga källor (*chance causes*)
 - Slumpmässig variation
 - Bakgrundsbrus
 - Statistisk kontroll, stabil
- Systematiska källor (*assignable causes*)
 - Orsak finns
 - Ej i statistisk kontroll (out of control)
 - Ej stabil.
- SPS är till för att upptäcka och eliminera systematiska källor!

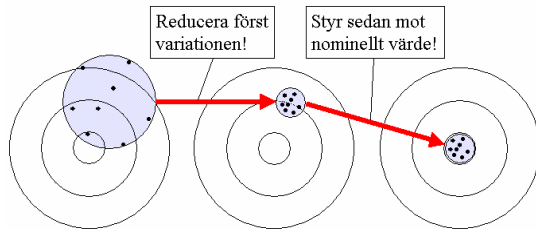
Variabelkontroll

- Mätbar egenskap hos en produkt
- Styr **både** på medelvärde och spridning!



Styrdiagram

- Alltid två diagram!



Styrgränser

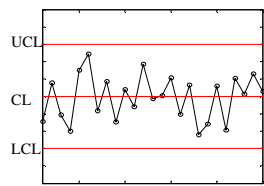
μ och σ är kända.

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$UCL = \mu + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$LCL = \mu - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



$$z_{\alpha/2} = \begin{cases} 3 & \text{Populära gränser} \\ 3.09 & \text{Sannolikhetsgränser} \end{cases}$$

Vi vet varken μ eller σ !

- X-R-diagram
 - Kräver ingen datorkraft
 - Slösar med experiment
- X-S-diagram
 - Kräver beräkningshjälp
 - Mer effektivt.

X-R-diagram

m stycken provgrupper
 n är provgruppstorleken

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_m}{m}$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

$$3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = \frac{3}{d_2 \sqrt{n}} \bar{R} = A_2 \bar{R}$$

$$\bar{x}_i = \frac{x_{i,1} + x_{i,2} + \dots + x_{i,n}}{n}$$

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_m}{m}$$

$$R_i = \max(x_{ij}) - \min(x_{ij}), j = 1, \dots, n$$

A_2 och d_2 finns i
 appendix sidan 725

Styrgränser x-R

Styrgränser för \bar{x} -diagrammet

$$UCL = \hat{\mu} + 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

$$CL = \hat{\mu} = \bar{\bar{x}}$$

$$LCL = \hat{\mu} - 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$

Styrgränser för R -diagrammet

$$UCL = \bar{R} + 3\hat{\sigma}_R = D_4 \bar{R}$$

$$CL = \bar{R}$$

$$LCL = \bar{R} - 3\hat{\sigma}_R = D_3 \bar{R}$$

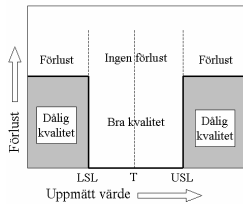
A_2 , D_3 och D_4 finns i
 appendix sidan 725

Exempel:

En fabrik tillverkar stålfjädrar med en önskad styvhet på 75 N/mm. Man har en stabil produktion och önskar nu att föra in statistisk processtyrning som en metod för att säkerställa stabiliteten i framtiden. Provtagning sker redan med regelbundna intervall och man tar ut 4 fjädrar i varje prov för styvhetsanalys. Efter att 25 provgrupper har tagits ut så påbörjar man analysen. Det första man undersöker är om fjäderstyvheten är normalfördelad. Data är sammanställda i tabell 5.1.

För att avgöra om data är tillräckligt normalfördelade så tillverkas ett histogram över provtagningsdata. I figur 5.6 ser man att det finns inga direkta bevis för att data inte skulle vara normalfördelade. Vi kan alltså gå vidare med metoder för normalfördelade data.

Duger fjäderprocessen? Är den *kapabel*?



Toleransgränser

$$k = 75 \pm 2 \text{ N/mm}$$

$$\begin{cases} USL = 77 \text{ N/mm} \\ T = 75 \text{ N/mm} \\ LSL = 73 \text{ N/mm} \end{cases}$$

Fjäderstyvhetens spridning

Standardavvikelsen skattas med:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{0.944}{2.059} = 0.46 \text{ N/mm}$$

Andelen defekta blir:

$$\begin{aligned} p &= P(x < 73) + P(x > 77) \\ &= \Phi\left(\frac{73 - 75.11}{0.46}\right) + 1 - \Phi\left(\frac{77 - 75.11}{0.46}\right) \\ &= \Phi(-4.59) + 1 - \Phi(4.11) \\ &= 2.21 \cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

Processens kapabilitet

Process Capability Ratio:

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma}$$

$$\hat{C}_p = \frac{USL - LSL}{6\hat{\sigma}} = \frac{77 - 73}{6 \cdot 0.46} = 1.48$$

Processens "naturliga"

toleransgränser:

$$UNTL = \mu + 3\sigma$$

$$LNNTL = \mu - 3\sigma$$

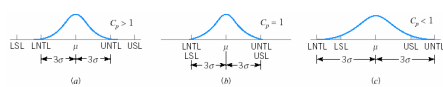


Figure 5-3 Process fallout and the process capability ratio C_p .

(Mer om processkapabilitet i kapitel 7)

Styrgränser, toleransgränser och naturliga toleransgränser

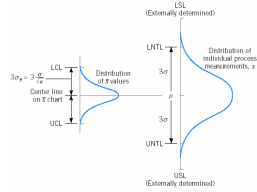


Figure 5.6 Relationship of natural tolerance limits, control limits, and specification limits.

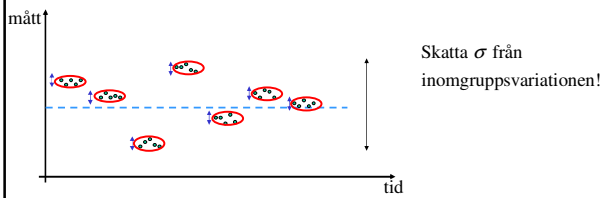
Obs!

Inget samband mellan styrgränser (naturliga toleransgränser) och toleransgränser!

Rationella provgrupper

\bar{x} - diagram styr medelkvaliteten. (Mellangrupsvariationen)

R - diagram visar variationen inom gruppen. (Innomgrupsvariationen)



Något om R-metoden

- $R = \max - \min$
 - Enkel men ineffektiv för stora provstorlekar!

n	Relativ effektivitet
2	1.000
3	0.992
4	0.975
5	0.955
6	0.930
10	0.850

Ej bra för att upptäcka små skift i processens medelvärde!

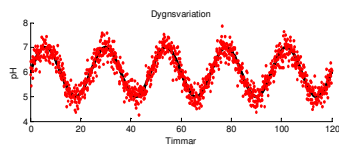
R- andra gränser

- Sannolikhetsgränser
 - $\alpha=0.002 \rightarrow 99.9\%$ och 0.01%
 - Välj $k=Z_{\alpha/2}=3.09$ istället för 3 (medvärdediag.)
 - Välj $D_{0,001}\sigma$ och $D_{0,999}\sigma$ som R-gränser.
- Standardvärden
 - Varning. Vet du verkligen processens parametrar?

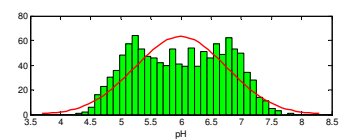
Tolkning av diagram

- Cykliska mönster
- Blandningar
- Skift i processnivå
- Trend
- Stratifiering (för låg inomgruppsvariation)

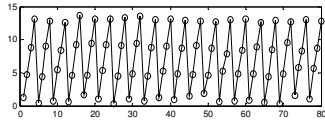
Ex: Dygnsvariation



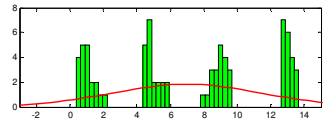
Förslag: Tag med dygnsvariationen i modellen.



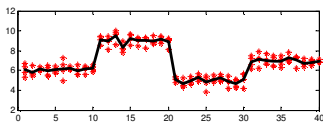
Ex: Kavitetvariation



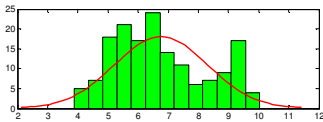
Förslag: Studera varje kavitet för sig.



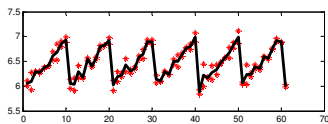
Ex: Variation i råvaran.



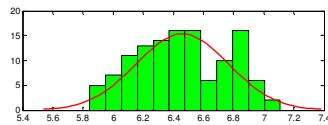
Förslag: Försök minska variationen, alternativt gör produkten robust.



Ex: Slitet verktyg.



Förslag: Special SPS och kapabilitet.

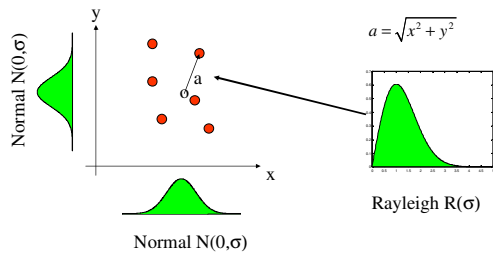


Trunkerad fördelning. Underskattad kapabilitet

X-R-diagram och onormala data

- Medelvärdesdiagramet ganska stabilt!
 - Centrala gränsvärdesatsen (tack!)
 - Om $n > 4$ brukar det vara OK
- Spridningsdiagrammet är känsligt!
 - Osymmetriskt

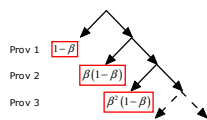
Ex. avstånd till hålcentrum



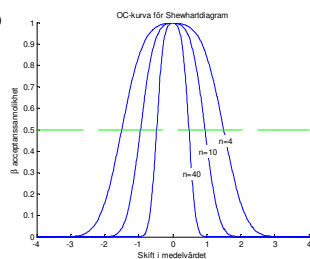
OC-kurva och ARL

$$\beta = P(LCL \leq \bar{x} \leq UCL | \mu = \mu_0 + k\sigma)$$

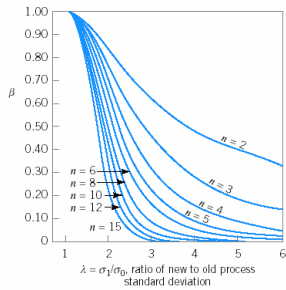
$$= \Phi(L - k\sqrt{n}) - \Phi(-L - k\sqrt{n})$$



$$ARL = \sum_{r=1}^{\infty} r \beta^{r-1} (1 - \beta) = \frac{1}{1 - \beta}$$



OC-kurva för R



R-diagram ej effektiv för små förändringar i standardavvikelsen!

Styrdiagram för x och s

- Skattar σ med stickprovets standardavvikelse
- Kräver beräkningshjälp (miniräknare, dator)
- Effektivare än R för stora stickprov.
- Variabel stickprovsstorlek.

Diagrammet

\bar{x} -diagrammet

$$\begin{cases} UCL = \bar{\bar{x}} + 3 \frac{\bar{s}}{c_1 \sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} + A_1 \bar{s} \\ CL = \bar{\bar{x}} \\ LCL = \bar{\bar{x}} - 3 \frac{\bar{s}}{c_1 \sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} - A_1 \bar{s} \end{cases}$$

s-diagrammet

$$\begin{cases} UCL = \bar{s} + 3 \frac{\bar{s}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} = B_4 \bar{s} \\ CL = \bar{s} \\ LCL = \bar{s} - 3 \frac{\bar{s}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} = B_3 \bar{s} \end{cases}$$

$$\bar{x}_i = \frac{x_{i,1} + x_{i,2} + \dots + x_{i,n}}{n}$$

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_m}{m}$$

$$s_i = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_{i,j} - \bar{x}_i)^2}$$

$$\bar{s} = \frac{s_1 + s_2 + \dots + s_m}{m}$$

$$c_4 = \left(\frac{2}{n-1} \right)^{1/2} \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}$$

Se sidan 725 för konstanterna c_1, B_3, B_4, A_1

x-s diagram för fjäderstyvheten

\bar{x} -diagrammet

$$UCL = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{s} = 75.11 + 1.628 \cdot 0.423 = 75.79$$

$$CL = \bar{\bar{x}} = 75.11$$

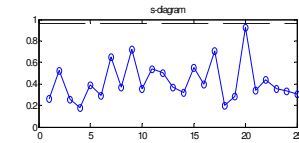
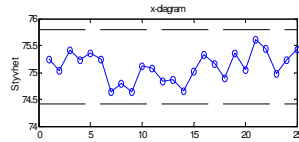
$$LCL = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{s} = 74.42$$

s-diagrammet

$$UCL = B_3 \bar{s} = 2.266 \cdot 0.423 = 0.96$$

$$CL = \bar{s} = 0.43$$

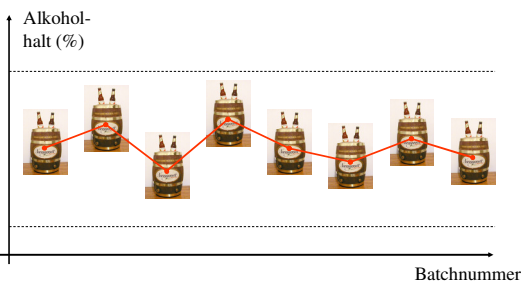
$$LCL = B_3 \bar{s} = 0 - 0.423 = 0$$



Shewhart när n=1

- Automatiserad mätning. Ingen provgruppsindelning.
- Mycket låg produktionshastighet.
- Bulkproduktion. Endast mätfel.
- Många mätningar på samma produkt

Variation mellan faten



Diagramkonstruktion

\bar{x} -diagrammet

$$\begin{cases} UCL = \bar{x} + 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \\ CL = \bar{x} \\ LCL = \bar{x} - 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \end{cases}$$

$$MR_i = |x_i - x_{i-1}|$$

$$\overline{MR} = \frac{MR_1 + MR_2 + \dots + MR_m}{m}$$

MR-diagrammet

$$\begin{cases} UCL = D_4 \overline{MR} \\ CL = \overline{MR} \\ LCL = 0 \end{cases}$$

Exempel MR

Table 5-6 Viscosity of Aircraft Primer Paint

Batch Number	Viscosity \bar{x}	Moving Range MR
1	34.05	
2	34.40	0.35
3	33.99	0.41
4	35.96	2.37
5	34.70	1.26
6	33.81	1.19
7	33.79	0.28
8	34.04	0.25
9	34.52	0.48
10	33.75	0.77
11	33.27	0.48
12	33.71	0.44
13	34.03	0.32
14	34.58	0.55
15	34.02	0.56
16	33.97	0.05
17	34.05	0.08
18	34.04	0.01
19	33.73	0.31
20	34.05	0.32
	$\bar{x} = 34.088$	$MR = 0.3726$

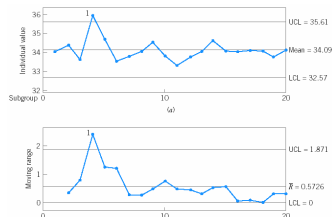


Figure 5-19 Control charts for (a) the moving range and (b) individual observations on viscosity.

Problem med Moving Range

- Känsligt för onormala data
- ARL stor för små skift.
- Alternativ CUMSUM eller EWMA
- Montgomery varnar!
