

**Tentamen i matematisk statistik, Statistisk Kvalitetsstyrning, MSN320/TMS070**  
**2005-12-10, kl 14.00-18.00**

Examinator: Holger Rootzen    Jour: Kristina Wärmefjord, tfn 0701-767066

Lärare besöker tentamenssalen: Ca kl 14.45 samt ca kl 16.45

Betygsgränser, GU: G: 12-21,    VG: 22-30

Betygsgränser, CTH: 3:12-17,    4: 18-23,    5: 24-30

Hjälpmedel uppgift 1-2: Inga. Dessa uppgifter lämnas in separat.

Hjälpmedel uppgift 3-8: Boken ”Statistical Process Control” av Wetherill & Brown, utdelat material utom gamla tentor och lösningar till dessa, Betaboken eller motsvarande samt Chalmers-godkänd räknare.

---

1. Besvara följande frågor kortfattat:

- a. Är ett medelvärdesdiagram eller ett rangediagram känsligast för avvikelser från normalfördelningen, och varför är det så?
- b. Vad är ARL och vad är vitsen med att använda det?
- c. Vad är fördelen med att använda en så kallad ”dubbel stickprovsplan” vid ankomstkontroll istället för en enkel stickprovsplan?
- d. Vad kännetecknar en robust design?
- e. Vad innebär det att en process är i statistisk jämvikt?
- f. Definiera korrigerat duglighetsindex!
- g. Vilka krav ställs på en process för att en duglighetsstudie av processen ska vara tillförlitlig?

(3.5p)

2. Det är önskvärt att bevaka medelvärdet för  $p$  olika punkter på en plåt.

- a. Beskriv hur univariata diagram kan användas för att bevaka medelvärdena. Ange vad som plottas, styrgränser och vilka larmregler som vanligen används.
- b. Finns det något fall då det räcker att använda endast *ett* univariat diagram för att bevaka de  $p$  punkternas medelvärden?
- c. Beskriv hur ett multivariat diagram kan användas för att bevaka medelvärdena. Ange vad som plottas, styrgränser och vilka larmregler som används.
- d. Vilka för- och nackdelar har det multivariata diagrammet jämfört med de univariata? Nämn minst två fördelar och två nackdelar.

(3.5p)

---

3. En normalfördelad process har  $C_p = 0.9$ . Dessutom är processens medelnivå förskjuten mot övre toleransgränsen, vilket får till följd att det korrigerade duglighetsindexet  $C_{pk}$  bara uppgår till 0.7. Hur stor andel av de tillverkade enheterna kommer att vara defekta? (3p)

4. Nedanstående data kommer från en normalfördelad process.

	Obs 1	2	3	4	Medelvärde	Varians
<b>Grupp</b>						
<b>1</b>	4.33	2.29	5.44	7.53	4.90	4.78
<b>2</b>	6.47	6.87	5.50	4.97	5.95	0.76
<b>3</b>	4.92	2.79	3.33	2.13	3.29	1.42
<b>4</b>	2.06	2.89	1.05	3.92	2.48	1.49
<b>5</b>	7.22	6.93	2.52	5.99	5.67	4.68
<b>6</b>	5.43	5.67	5.29	4.85	5.31	0.12
<b>7</b>	4.42	8.31	7.37	8.60	7.17	3.64
<b>8</b>	5.95	4.58	5.41	4.09	5.01	0.69
<b>9</b>	4.53	4.41	3.27	5.64	4.46	0.94
<b>10</b>	8.39	4.77	4.92	7.37	6.36	3.26
<b>11</b>	4.90	7.90	1.42	2.75	4.24	8.01
<b>12</b>	2.95	8.83	5.34	3.59	5.18	6.95
<b>13</b>	6.49	5.80	8.39	6.47	6.79	1.24
<b>14</b>	5.77	5.53	3.67	3.90	4.72	1.18
<b>15</b>	6.06	4.21	5.33	5.63	5.31	0.63
<b>16</b>	2.44	6.36	2.23	3.07	3.53	3.71
<b>17</b>	3.40	7.87	4.38	2.29	4.49	5.83
<b>18</b>	7.47	8.73	7.19	6.13	7.38	1.15
<b>19</b>	2.45	2.67	6.63	6.47	4.55	5.32
<b>20</b>	4.32	7.15	5.97	4.79	5.55	1.61
<b>Summa</b>					<b>102.34</b>	<b>57.40</b>

- a. Finns det signifikant mellangrupsvariation? I så fall, skatta denna.  
 b. Gör ett s-styrdiagram för data i tabellen. Ger det larm?

(4p)

5. Vid så kallad inline-mätning mäts alla tillverkade enheter. I nedanstående tabell visas data, hämtad från denna mätning. I tabellen finns också den kumulativa summan av de olika värdena minus det totala medelvärdet.

<i>Mätning</i>	Värde	$\sum(x - \bar{x})$	<i>Mätning</i>	Värde	$\sum(x - \bar{x})$
<b>1</b>	1.4	-3.4	<b>16</b>	7.9	-3.1
<b>2</b>	7.2	-1.0	<b>17</b>	5.7	-2.2
<b>3</b>	4.7	-1.1	<b>18</b>	4.1	-2.9
<b>4</b>	7.2	1.3	<b>19</b>	4.9	-2.8
<b>5</b>	6.1	2.6	<b>20</b>	5.2	-2.4
<b>6</b>	6.0	3.8	<b>21</b>	8.9	1.7
<b>7</b>	3.6	2.6	<b>22</b>	4.9	1.8
<b>8</b>	5.6	3.4	<b>23</b>	6.9	3.9
<b>9</b>	2.3	0.9	<b>24</b>	4.8	3.9
<b>10</b>	3.6	-0.3	<b>25</b>	3.4	2.5
<b>11</b>	3.7	-1.4	<b>26</b>	5.6	3.3
<b>12</b>	5.4	-0.8	<b>27</b>	7.1	5.6
<b>13</b>	1.4	-4.2	<b>28</b>	1.7	2.5
<b>14</b>	2.2	-6.8	<b>29</b>	2.8	0.5
<b>15</b>	5.4	-6.2	<b>30</b>	4.6	0.3
			<b>Medelvärde:</b>	<b>4.8</b>	

- a. Skatta variansen! Verkar det finnas långsiktig variation (motsvarande det vi vid grupperad data kallar mellangrupsvariation) i data?
- b. Rita ett Cusum-diagram för processens medelnivå och konstruera en V-mask som placeras vid observation 14. Använd standardparametrarna  $h = 5$  och  $f = 0.5$ . Ger diagrammet larm? (4p)
6. Vid tillverkning av en viss produkt har man endast en ensidig toleransgräns. Överskrids denna gräns måste produkten kasseras. Processen har ett mycket högt duglighetsindex. För att spara resurser har man valt att styra processens medelvärde med hjälp av ett styrdiagram där man endast larmar när ett gruppmedelvärde ligger nära toleransgränsen. Larmgränsen konstrueras alltså med toleransgränsen som utgångspunkt. Om sannolikheten att tillverka en defekt enhet är 0.2 % vill man ha en ARL på 350. Skulle processens medelvärde flytta sig så att sannolikheten att producera en defekt enhet är 1.5 % är det önskvärt med  $ARL = 4$ . Den övre toleransgränsen är 40, och  $\sigma = 2$ . Bestäm positionen av larmgränsen samt vilken stickprovsstorlek som krävs för att uppnå ovanstående önskemål. (4p)

7. Ett företag vill visa en kund att dugligheten ( $C_p$ ) för en av deras processer överstiger 1.33. För att göra detta tar man ett stickprov om 50 enheter. Beräkningar baserade på stickprovet ger ett duglighetsindex på 1.52. Kan man utifrån detta visa att dugligheten faktiskt är större än 1.33 med 95 % säkerhet?  
(4p)
8. En normalfördelad process som har väntevärde  $\mu=100$  och standardavvikelse  $\sigma_w = 9$  bevakas med ett  $\bar{x}$ -styrdiagram. Antag att styrdiagrammet endast har en övre larmgräns,  $UAL = \mu + 3\sigma_e$ , samt en övre varningsgräns,  $UWL = \mu + 2\sigma_e$ , för att förbättra känsligheten hos diagrammet. Larm slås endast när en punkt hamnar ovanför den övre larmgränsen. Om man hamnar mellan linjerna fördubblas stickprovsstorleken. Denna stickprovsstorlek bibehålls tills antingen larm inträffar eller tills vi hamnar under varningslinjen igen och då återgår vi till den ursprungliga stickprovsstorleken.
- Om processens väntevärde ändras till 103 och den ursprungliga stickprovsstorleken är  $n = 9$ , vad blir då det ovan beskrivna diagrammets ARL?  
(4p)