

Tentamen i matematisk statistik, Statistisk Kvalitetsstyrning, MSN320/TMS070
2004-12-11, kl 14.00-18.00

Examinator: Holger Rootzen Jour: Kristina Wärmefjord, tfn 0701-767066

Lärare besöker tentamenssalen: Ca kl 14.45 samt ca kl 17.00

Betygsgränser, GU: G: 12-21, VG: 22-30

Betygsgränser, CTH: 3:12-17, 4: 18-23, 5: 24-30

Hjälpmedel uppgift 1-2: Inga. Dessa uppgifter lämnas in separat.

Hjälpmedel uppgift 3-8: Boken "Statistical Process Control" av Wetherill & Brown, utdelat material utom gamla tentor och lösningar till dessa, Betaboken eller motsvarande samt Chalmers-godkänd räknare.

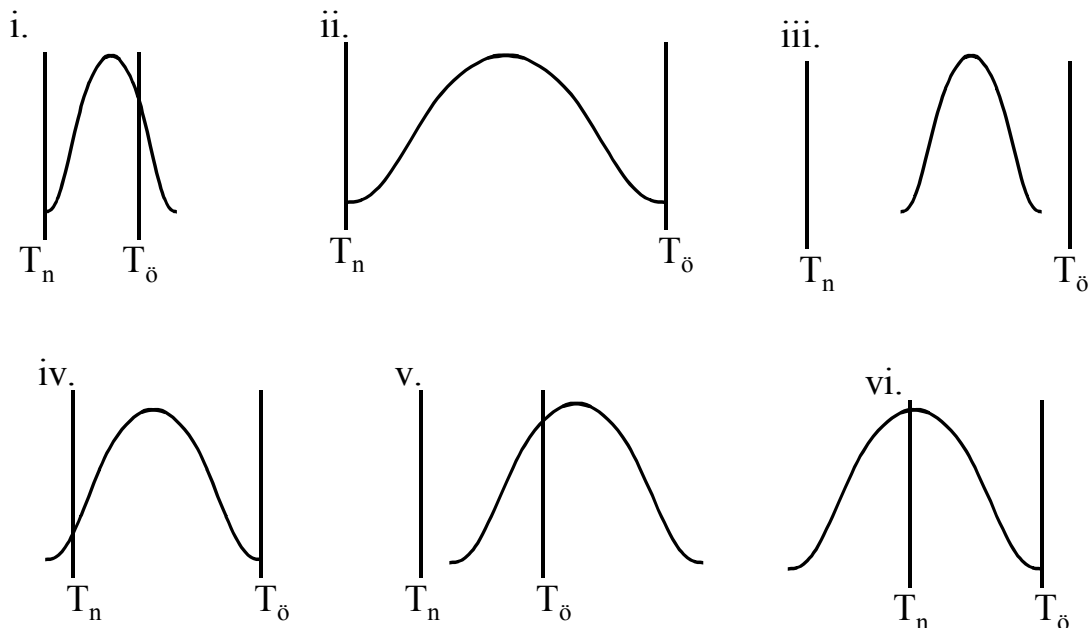
1. I samband med acceptanskontroll används ofta begreppet OC-kurva. Redogör för hur en OC-kurva beräknas/skissas genom att införa lämpliga definitioner. Hur ser en ideal OC-kurva ut? Vad är producentrisk och konsumentrisk? Vad är jämviktssannolikhet? (3p)

2.

a) Definiera duglighetsindex, C_p , och korrigerat duglighetsindex, C_{pk} .

b) I figuren nedan finns sex stycken fördelningskurvor från olika processer samt motsvarande övre och nedre toleransgräns. Ange för varje process vilket intervall värdena på C_p samt C_{pk} tillhör. Välj bland alternativen mindre än noll, lika med noll, mellan noll och ett, lika med ett eller större än ett.

(4p)



3. Vid tillverkning av fönsterglas undersöker man kvaliteten på glaset genom att ta ut nio rutor för inspektion varje dag. I snitt så är 0.3 rutor defekta per stickprov. Du kan utgå ifrån att ett spridningstest utförts, och att detta inte ger anledning att tvivla på att den fördelning som antogs skulle vara felaktig.
- a) Vilket slags diagram bör användas för att bevaka glastillverkningen? Beräkna larmgränserna.
 - b) En dag hinner man endast ta ut fem enheter för kontroll. Bland dessa upptäcks en defekt. Hur anpassas larmgränserna? Är detta en anledning till att dra slutsatsen att processen är ur kontroll?
 - c) Vad kommer det sig att man vid den här typen av övervakning också använder en nedre larmgräns, det vill säga slår larm när man hittar väldigt få defekta enheter, vilket ju borde vara det önskvärda?
- (3p)
4. En process är i statistisk jämvikt och dess medelnivå ligger i mitten av toleransbandet.
- a) Om processen har $C_p = 0.7$, hur många ppm defekta enheter kan man då förvänta sig?
 - b) Om processen ger 20 000 ppm defekta, vad är då värdet på duglighetsindexet?
- (3p)

5. En process har normalt sett väntevärde 20 och varians 4. I tabellen nedan ges uppmätta värden för processen.

Dag	Objekt 1	Objekt 2	Objekt 3	Objekt 4	Gruppmedelvärde
1	19.1	17.7	20.7	18.8	19.1
2	16.7	22.4	20.3	24.4	20.9
3	20.3	22.4	19.6	19.7	20.5
4	20.6	19.9	21.5	20.2	20.5
5	23.2	23.6	24.9	22.0	23.4
6	23.6	23.1	22.1	20.7	22.4
7	23.9	20.4	19.6	23.6	21.9
8	20.0	21.5	21.9	22.5	21.5
9	22.4	19.6	19.7	20.0	20.5
10	22.5	17.6	19.3	24.7	21.0
11	20.0	24.0	21.5	22.6	22.0
12	20.5	21.0	23.9	25.0	22.6
13	24.2	22.7	22.3	24.3	23.3
14	21.7	22.5	23.3	20.6	22.0
15	22.8	22.0	19.7	19.4	21.0
16	22.2	20.0	21.1	21.9	21.3
17	20.7	20.1	21.5	21.3	20.9
18	20.9	21.3	19.6	20.3	20.5
19	22.9	19.6	19.4	23.0	21.2
20	20.1	19.9	23.9	25.0	22.2

- a) Tillverka ett CuSum-diagram för datan ovan som bevakar processens medelvärde.
- b) Gör en V-mask med $h = 5$ och $f = 0.5$. Tillverka masken på genomskinligt papper (finns hos tentavakten). Använd masken om/när diagrammet ger larm.
- c) Om processens medelvärde verkar ha förändrats, vad är då det nya medelvärdet?

(4p)

6. Betrakta datamaterialet nedan.

Stickprov	Objekt 1	Objekt 2	Objekt 3	Objekt 4	Objekt 5	s_i^2	Medelvärde
1	-0.09	2.11	3.08	1.92	2.17	1.4	1.84
2	-0.69	0.59	1.22	0.36	0.50	0.5	0.40
3	0.51	1.11	1.76	3.47	1.96	1.2	1.76
4	2.33	1.27	1.63	-0.26	2.34	1.1	1.46
5	-0.71	1.19	1.11	-0.65	0.84	0.9	0.36
6	-0.40	1.04	1.42	-0.46	1.78	1.1	0.67
7	0.76	1.16	0.91	0.11	0.62	0.2	0.71
8	0.87	0.84	2.01	0.77	2.05	0.4	1.31
9	1.97	-0.36	1.73	1.76	0.98	0.9	1.21
10	-0.19	1.05	0.32	0.89	2.83	1.3	0.98
11	0.70	1.47	-1.28	1.24	1.11	1.2	0.65
12	0.13	1.58	0.58	-0.29	1.21	0.6	0.64
13	0.84	0.14	1.38	-0.41	1.97	0.9	0.79
14	1.07	1.11	1.23	-1.04	0.99	0.9	0.67
15	-0.21	0.26	1.27	0.64	0.45	0.3	0.48
16	1.69	0.07	-0.20	1.04	3.55	2.3	1.23
17	1.94	1.74	2.10	0.92	0.73	0.4	1.49
18	-0.81	2.46	1.20	1.45	-0.05	1.7	0.85
19	1.07	1.22	1.17	-0.39	1.21	0.5	0.86
20	-0.26	1.71	1.01	1.02	-0.62	0.9	0.57
21	2.07	-1.05	0.01	-0.57	2.36	2.4	0.57
Summa						21.1	19.49

- Finns det mellangrupsvariation i data?
- Gör ett medelvärdesdiagram. Är processen i kontroll?
- Processen har toleransgränser 1 ± 4 mm. Beräkna värden på C_p och C_{pk} .

(4p)

7. I en plåt detalj ska ett hål stansas ut. Nominellt värde för hålets position är koordinatparet (T_x, T_y) . Det faktiska hålläget beskrivs av de stokastiska variablerna (X, Y) . Antag att X och Y är oberoende och normalfördelade. Variansen för både X och Y är $\sigma^2 = 3$ och deras väntevärden är T_x respektive T_y .

Ett sätt att mäta hur noggrant stansningen sker är att beräkna, d^2 , kvadraten på avståndet mellan verkligt och nominellt värde, dvs $d^2 = (T_x - X)^2 + (T_y - Y)^2$.

För att bevaka stansningsprocessen tas stickprov av storlek $n = 6$ med jämna mellanrum. Kvadratavståndet d^2 beräknas för dessa detaljer och medelvärdet av d^2 plottas in i ett diagram för varje stickprov.

- a) Bestäm en övre varningsgräns och en övre larmgräns som ger
 $P\{0 \leq \bar{d}^2 \leq UWL\} = 0.95$ och $P\{UWL \leq \bar{d}^2 \leq UAL\} = 0.049$
- b) Beräkna ARL för diagrammet ovan då processen är i jämvikt.
- c) Vad blir ungefärlig ARL då σ^2 ökar med en faktor 1.15, dvs $\sigma_{ny}^2 = 1.15 \sigma^2$?
(4p)

8. Antag att en uppmätt karakteristika är normalfördelad med standardavvikelse σ . Varje timme tas ett stickprov bestående av n enheter och ett medelvärdesdiagram utan varningsgränser, men med larmgränserna $\mu_0 \pm 3\sigma_e$ används för bevakning av processen.

- a) Om processens väntevärde ökar med en standardavvikelse vill man i genomsnitt upptäcka detta på kortare tid än fyra timmar. Beräkna (ej uppskatta mha tabell i bok) minsta möjliga stickprovsstorlek, n , sådan att detta önskemål är uppfyllt.
- b) Ange minsta möjliga stickprovsstorlek om man istället vill upptäcka förändringen i a) inom tre timmar med 95 % säkerhet.
- c) Man väljer mellan att ta ett stickprov om 5 enheter varje timme och att ta stickprov om 10 enheter varannan timme. Vilket alternativ är bäst om man snabbt vill upptäcka en förändring som den som beskrivs i a)? Motivera ditt val med hjälp utav beräkningar.
(5p)